

数学とブルバキ -我が半生-

アンドレ・ヴェイユ

本日の講演は専門的ではなく、個人的な話を、しかも数学者ではない聴衆の方々にもわかりやすい話をしてほしいということですので、私の子供時代のことから話を始めるのが良いのではないかと思います。

数学の才能というのは、非常に幼い頃から現れるもので、私も例外ではありませんでした。プラトン哲学の想起説によりますと、数学者は定理を案出するのではなく、前世から覚えているのだということになります。真実の程はわかりませんが、私が 6-7 歳の頃、私の学校の先生は母に、「この子は何を教えても、すでに知っているみたいです」と言われたそうです。きっと先生はプラトンの説を思い浮かべられていたのでしょう（母は私の数学の能力に疑問をもち、それで先生に質問したようです）。それから間もなく、私は従兄弟から初級代数の教科書を借りました。従兄弟のほうは、きっと教科書を手放して喜んでいたに違いありません。私はそれからの数か月、いや、数年もの間、その本を愛読書として手放しませんでした。

こんな話はきっと退屈だと思いますが、私が言いたいのは、私か数学者になったのは偶然ではなかったということなのです。また、私自身が数学の道を選んだわけでもなかったのです。とは言っても、私の興味が別に数学だけにあったわけではなく、すぐに語学の才能にも恵まれていたことがわかりました。また、私は詩に尽きない興味を覚えました。ギリシャ語を習い始め、ホメロスの叙事詩「イリーアス」の第 1 巻を読みふけりました。こうしてギリシャ文化の一端に触れ、自国以外の文化にも同様に、あるいはそれ以上に真実が込められていることに気づきました。次にはサンスクリット語を学び、古代インドの叙事詩を読みたくなり、ついには「バガヴァッド・ギーター」が読めるまでサンスクリット語の勉強をしました。また、コラージュ・ド・フランスで、高名なシルヴァン・レビ氏から「メガデューター」の講義も受けました。

基礎的な数学教育は、1922 年から 1925 年まで在籍したエコール・ノーマル・スペリエールで受けました。この学校はフランス革命中に設立され、自然科学と人文科学の双方の生徒を募集していましたが、入学するにはかなり厳しい倍

率の入試を通らなければなりません。フランスでは伝統的に、リセ（高校）で数学が一番できる生徒はエコール・ノーマルか、もう少し実際的な勉強に力を入れているエコール・ポリテクニクに進学します。青春の3〜4年間で相当自由な雰囲気の中で共に生活することで、エコール・ノーマルの学生は深い友情を育むことができます。ここではフランス中で最高の科学者を教授陣にそろえているにもかかわらず、学生は授業に出るよりも、むしろ互いに学び合うことのほうが多いのです。

幸運なことに、私はリセの教師から高名な数学者であるアダマールに紹介されていたので、コラージュ・ド・フランスではすぐに彼のゼミに入れてもらえました。そこは当時コラージュ・ド・フランスにあった唯一の数学者のためのゼミだったのです。ゼミの正式名称は、たしか「現代文学」だったと思います。授業はアダマールが関心をもった論文、最近のものが多かったのですが、それらの論文についてゼミのメンバーがレポートする形式で行われました。アダマールの目的は、整数論から確率に至るまでの数学全般において何が起きているかをできるだけ多く網羅しようというものでした。当時最先端の数学を導入するにあたり、これ以上に良い方法はなかったでしょう。

アダマールのゼミで明らかになったことは、数学はフランスより外国のほうが進んでいたということでした。私はエコール・ノーマルを卒業するとすぐ、待ちかねていたかのようにフランスを飛び出し、当時数学が全盛を極めていた国々を訪れました。まず、ヴォルテラの研究とその学派に興味があったのでイタリアに行きました。次にドイツとスカンジナビア諸国を訪れました。当時私は博士論文の構想を練っていましたが、それは1922年に発表されたモーデルの論文から多分にインスピレーションを受けたものだったのです（モーデルは当時無名の数学者でしたが、現在では楕円曲線の算術理論を創始したことで正当な評価を得て、名声を博しています）。その後すぐに、私はインドで教授の職につかないかとの打診を受けました。私はインドに赴きましたが、そこでは多くの影響を受けました。その後の私の人生は旅につぐ旅でした。自ら望んで行った旅もありましたし、強制的に連行されたこともあります。たとえばフィンランドからフランスに戻った時は、（どちらかといえば良心的兵役拒否者として）刑務所入りするための旅でした。しかし刑務所生活で、私は生涯の傑作と思う研究（1940年の報告書）をする機会に恵まれたのです。1940年にフランスがナチスに敗北した時、私はわずかな期間ですがフランス陸軍に入っていたので、

アメリカに逃げました（この時も選択の余地はなかったのです。このため私はストラスブールでの大学の職を失うはめになりました）。アメリカからブラジルへ、そこから再びシカゴに、そして最後にプリンストンの高等研究所に赴き、1976年にそこを退官しました。

（自ら望んだか否かにかかわらず）世界各国に滞在したことで、私は深い感銘を受けましたが、私の人生における最大の出来事はやはり数学上の発見でした。発見は非常に大きな喜びでしたが、本日の講演では触れないことにします。もう一つ私の人生での大きな出来事は、ブルバキと呼ばれる集団研究グループの設立で、今からその点について詳しくお話ししたいと思います。

第1次世界大戦後のフランスの数学者は、ほとんどがエコール・ノーマルの卒業生でした。その一人に偉大な数学者エリー・カルタンの息子で、自身も著名な数学者であるアンリ・カルタンがいました。私がインドから帰った頃、彼はストラスブールで教鞭をとっており、すぐに私を教授団の一人として迎えてくれました。アンリと私は、当時「微分および積分」と呼ばれていた基礎微積分学のコースを共同で受け持ちましたが、そこではグルサの教科書に基づいて授業をすることになっていました。グルサは一つ前の世代に属する有名な数学者で、私たちがエコール・ノーマルに在学していた頃、そこで教師をしていました。私たちの友人の多くも、別のフランスの大学で同様のコースを受け持っていました。私達は皆、多かれ少なかれグルサの教科書に不満でした。グルサを時代遅れだと思ったわけです。

アンリ・カルタンと私は、学生に指定されたカリキュラムの題目をどのようにしたらいちばん学生にわかりやすく説明できるかを、よく話し合いました。特に、アンリ・ポアンカレとエリー・カルタンの重要な研究テーマであった、いわゆるストークスの公式について私たちは話し合いました。そんなある日、一人が良い考えを思いついたのです。「同じ問題を抱えている友達を5-6人集めようではないか。そして、さっさと問題を片付けてしまおう」。その時は、そんなつもりはありませんでしたが、きっとこの瞬間にブルバキができたのだと言えるでしょう。

それは非常に良い考えだと思えましたから、私たちはすぐにパリの手ごろな値段のレストランに集まり、定期的に会合を持つことに皆の意見が一致しました。最初の目的は単に微積分学の教授方法を新しくすることだけだったのです。やがて、そのためにはグルサの教科書に代わる教科書を執筆するのがいちばん

だということになりました。最後に、それだけでは不十分だということがわかりました。

執筆にあたって私たちが目指したのはユークリッドの「幾何学原本」です。この本は2000年以上もの間、あらゆる数学の教授方法の入門書として欠くことのできない役割を果たしてきました。「幾何学原本」と比較すると、他の論文が皆陳腐に見えてくるのは不思議としか言いようがありません。果たしてこの書物も、集団研究によってできたものなののでしょうか。その可能性は否定できないようです。私たちにわかっていることはユークリッドの名前だけで、その他のことについてはまったく伝わっていません。他のギリシャの数学者と比較しても、ユークリッドには伝記もなく、しかも、彼の著書の多くの部分が長い伝統の集積であることがわかっています。私たちは、集団研究のタイトルを「数学原本」にしました。ユークリッドが長年にわたってギリシャの幾何学の基礎であったように、20世紀の数学の基礎となるようにとの願いを込めてのネーミングでした。

私たちの研究には個人研究を含めるつもりはなかったもので、論文の表紙に個人名を並べることは避けたいと思いました。そこで、個人名に代わる名前が必要になったのです。数学の研究にペンネームを使うことは長い間見受けられませんでした。数学でキャリアを積むためには、個人名をはっきりさせる必要があったからです。しかし、私たちはそのようなことには無頓着でしたし、エコール・ノーマルの伝統ともいえる「悪ふざけ」の精神が根付いていたので、名前をブルバキにしたのです。エコール・ノーマルで恒例の行事に「新入生いじめ」（といっても実際は冗談の程度ですが）があり、上級生が身分を偽って1年生に茶番でする講義がありました。この授業の最後は実際にはない「ブルバキの定理」で締めくくられることになっていました。ブルバキは1870年代の普仏戦争時の将軍の名前で、私たちはこの名前を使って研究を発表することにしたのです。こうして何年間にもわたり、匿名で発表を続けることができました。ユーモアのわかる出版者に巡り会えたのも幸運でした。高名な教授が何人か警告したにもかかわらず、この人は私たちの企画に同意してくれました。企画は当たり、彼の出版社は大金を手に入れることになるのですが、それはまだ先のことでした。

すぐに私たちは、2か月に1度の会合では不十分だということに気づきました。こうして夏の間どこか田舎の涼しい所で1-2週間の会合をすることになりま

した。この会合を私たちは「コンGRES」と呼びましたが、最初のコンGRESは、仲間の一人が教授をしていたクレルモン大学の研究所が夏の間空いているので、そこを利用しました。二回目の会合はスペインの、サン・ロレンソ修道院で有名なエスコリアルで開く予定でしたが、スペイン内戦のため実現できず、結局 1936 年のコンGRESは仲間の一人の母親の別荘で開かれました。それでも、私たちはこの会合を「エスコリアル・コンGRES」と呼んでいます。ここで、私たちの手法の概略が決まったのです。

それぞれの題目は、私たちが基礎的な「構造」と名付けた物事に分類しました。例えば一般集合論、一般トポロジー、代数といった具合です。誰か一人が一つの題目を取り上げてレポートを書き、それを全員で議論し、次に別の一人に預け、といったプロセスを最終的には全員が同意するまで続けました。グループ全員が満場一致で同意するまで、印刷はいっさい行われませんでした。ですから、一つの題目につき、通常 3 人から 4 人が原稿を書きました。メンバーは提出された原稿を全部没にしてしまうこともでき、実際、積分理論の取り扱いに関して、まったく議論の余地が無いとして没にしたことが一度ならずありました。時には激しい議論になることもありました。少なくとも部外者にはそう見えたでしょう。フランスのアルプス地方にあるル・ポエで行われた会合では、小さなホテルを予約しておいたのですが、後から聞いた話では、その女主人が一晩中廊下で警察を呼ぼうかどうしようかと、おろおろしていたそうです。彼女は仲間の一人がもう一人に、「窓から放り出してやる」と言うのを聞いたのです。しかし、この女主人もすぐにこのような雑言にも慣れ、次の晩からは心配することもなくなりました。このように激しく議論し合って、果たしてまとまるのだろうか、果たして最終的に本が出版できるのだろうか、といった疑問が当然あったと思いますが、私たちは皆、ブルバキに無限の信頼を寄せていたのです。

実際、1939 年に戦争が勃発した時には、一般集合論の最初の分冊の準備が整い、一般トポグラフィーのほうも第一巻がほぼ完成していました。1940 年には、デュドンネが「ラ・テュリビュー」と名付けた最初の内部定期刊行物を回覧しました（この名前は積分理論の実を結ばないプロジェクトの構想に対して与えられた専門用語でした）。「ラ・テュリビュー」は、ブルバキの活動の記録でもあり、今日に至るまで発行されていると思いますが、これを読むと私たちの集団研究の進展具合がよく伝わってきます。戦争中でさえもブルバキのメンバー

は互いに連絡を取り合いました。特に重要な意味をもつ会合は、1943年にレンネの近くのリフレのホテルで、たった3人の仲間で開かれました。当時そこは、まだ食糧が豊富だったのです。そこでのコンGRESの状況は、コピーを2通作り、アメリカにいたメンバーに送られました。1通は途中で失われましたが、もう1通はドゴール将軍の秘密ルートを通して、無事アメリカまで届きました。

戦争が終わるとメンバーは再び大西洋をはさんで連絡を取り合うようになり、決められていた指針にそって研究も進められました。すでに20巻以上の出版物を発行しましたが、その中にはリー群や線形位相空間等の題目もありました。新しいメンバーが何人かグループに加わると、メンバーの定年を50歳にすることに決まりました。ですから、私はここ何年間かブルバキには参加していません。それでも時折、名誉会員として最近の研究報告を受けることはあります。ブルバキのメンバーは今でも定期的に会合をしているようですが、長い間出版物は出していません。しかし、ブルバキのメソッドに従っているかぎり、きっと有意義な研究をしているのだと思います。もしブルバキがもう存在していないなら、誰もそのようなグループを創ることは無いだろうと思います。今の数学の進展から考えると、個人研究か、せいぜい2~3人のグループ研究のほうが有効だからです。しかしながら、ブルバキの設立は時宜にかなったことだったと、多くの数学者が認めています。もしブルバキの存在がなければ、数学は今日ある姿とは違ったものになっていたでしょう。

もしブルバキの結成に何か哲学的な背景があったとしたら、いったいそれは何だったのでしょか。また、もし私と数学の関係にも哲学的な要素があったなら、それは何なのでしょう。最初の問いに対する答えは単純なものです。私たちのグループが研究を始めた当初は、多くの数学者が信じ始めていた一つの確信のようなものがあつたのです。それは、今ある数学はすべて、ある公理の集合（例えば有名なツエルメローフレンケルの公理）から演繹して、集合論にできるというものでした。そのような直感は、たとえ数学的な発見に必要なものであつたとしても、私たちは論理の組み立てにこれを持ち込む必要は無いと思ひましたし、また、持ち込んではいけなと考へたのです。これは、本質的には、ヒルベルトがすでに説いていたことでしたが、ブルバキ結成の力にもなりました。ブルバキができてからは、だれもその可能性について語ることは無くなりました。この風潮によって初歩の数学教育で公理を強調しすぎるといふ結果が生まれましたが、それは大した問題ではありませんでした。当時、そ

れは「ニュー・マス（新数学）」と呼ばれましたが、幸いなことに、ニュー・マスに対する反対が起きました。その結果、子供に数学を教えるときは、ゆっくり、段階を踏んで抽象的な思考に慣れさせるべきだということが理解されるようになりました。しかし、ブルバキの設立目的は、数学の教授方法を決定することだったわけではありません。今では、この問題について一般的な合意ができています。

私自身の考えについては、（稲盛財団からの手紙では、「聴衆の皆さんを啓発し、啓蒙するために、私自身の哲学と人生観・世界観を述べてほしい」とありましたが、）有名なクロネッカーとアインシュタインの間で交わされたやりとりを思い出していただくのがいちばん良いと思います。これは、クロネッカーが自身の博士論文について弁解して行われたもので、彼が弁解したテーゼの一つに「数学は芸術であり科学でもある」というものがあります。アインシュタインはこれに対して、「数学は芸術であって科学ではない」と言って非難したと言われています。同じような意味で、私もかつて数学を非常に固い素材でできた彫刻に例えてみたことがあります。数学の問いに対する答えは、そのほとんどが数学者が変えることができないものですが、数学者は配列は変えられるのです。その時、数学者はいく分論理に従って変えますが、ほとんどの場合は審美的な理由から配列を変えるのです。数学の歴史はここから始まったと言えるかもしれません。

同世代の人の間では珍しく、私は非常に若い頃からフェルマーの最終定理として知られていたものに（実際には最終ではありませんでしたし、定理でもないのですが、）非常な好奇心を抱きました。それは、 $x^n=y^n+z^n$ には整数解は存在しないだろうというもので、私はエコール・ノーマルの時、非常に興味を覚え、フェルマーについて本を読み始めました。一方で、私は芸術（絵画と音楽の両方）にも興味をもち、すべての関心を注ぐべき物は偉大な芸術なのだとも考えるようになったのです。その考えを数学にも当てはめ、私はリーマンの書いたものを読み始めました。最初に読んだのは彼の博士論文で、次にアーベル関数についての研究論文を読み、その後、他の古典を読み始めました。私はすぐに、数学年代記（*Mathematische Annalen*）の何巻かよりもアルキメデスのほうがはるかに美しいと思いました。アルキメデスを読むと、数学の歴史への深い関心が、いやが上にも高まります。ブルバキのメンバーが出版物のほとんどのセクションで歴史的な説明をつけ加えることに賛成してくれたことは、私にとって

非常に嬉しいことでした。それから何年間か、私は歴史的な注釈をつけ加える仕事に熱中したものです。

このように数学の中に美を見いだすことに慣れ親しんでしまったので、私は他に人生をかけるものを見つけることができなかつたのです。最初は数学は私自身の仕事でした。私は今ある数学の知識の集大成に自分が何かをつけ加えることができると思いました。年齢とともに、それができなくなると、過去の偉大な数学者について歴史的な研究を始めました。その結果、フェルマーやオイラーについて、彼らの著作や、特に手紙等を細かに調べていくうちに、私は彼らと親しい友達になれたように思います。こんなに嬉しいことはありませんでした。果たしてこのような話が、皆さんを啓発し、啓蒙したのでしょうか。私は非常に疑問に思いますが、私ももう年なので、どうぞご勘弁ください。