題名	物理学と数学の世界を歩んだ人生
Title	My Journey Through Physics and Mathematics
著者名	エリオット・H・リーブ
Author(s)	Elliott H. Lieb
言語	日本語
行事名	第 38 回(2023)京都賞記念講演
出版者	公益財団法人 稲盛財団
発行日	2024 年 10 月 30 日
開始ページ	1 ページ
終了ページ	12 ページ
URL	https://www.kyotoprize.org/wp-content/uploads/2024/10/2023_lieb_jp.pdf

英語版テキストURL：https://www.kyotoprize.org/wp-content/uploads/2024/10/2023_lieb_en.pdf

第 38 回(2023)京都賞記念講演
エリオット・H・リーブ

物理学と数学の世界を歩んだ人生

私は1932年(昭和7年)にアメリカ合衆国のボストンで生まれましたが、少年時代を過ごし、自分なりの世界観を形成したのはニューヨーク市でした。私の家族はミドルクラスでしたが、ニューヨーク市の公立学校で質の高い教育を無償で受けることができました。

私は、自分がものを作るのが好きであることに気づきました。アマチュア無線(「ハム」)機の組み立てもその一つです。最も誇らしかったのは、モールス符号を勉強してW2ZHSという免許を取得し、世界中の愛好家と交信できたことです。

年上のいとこの影響もあってそうしたものに関心を抱いていたことから、自分では電気工学の道へ進むものと考えていました。17歳の時、家族でボストンに戻りました。そして私は著名な物理学者であるヴィクター・ワイスコフの勧めもあって、マサチューセッツ工科大学(MIT)に進学するという幸運に恵まれたのです(Fig. 1)。

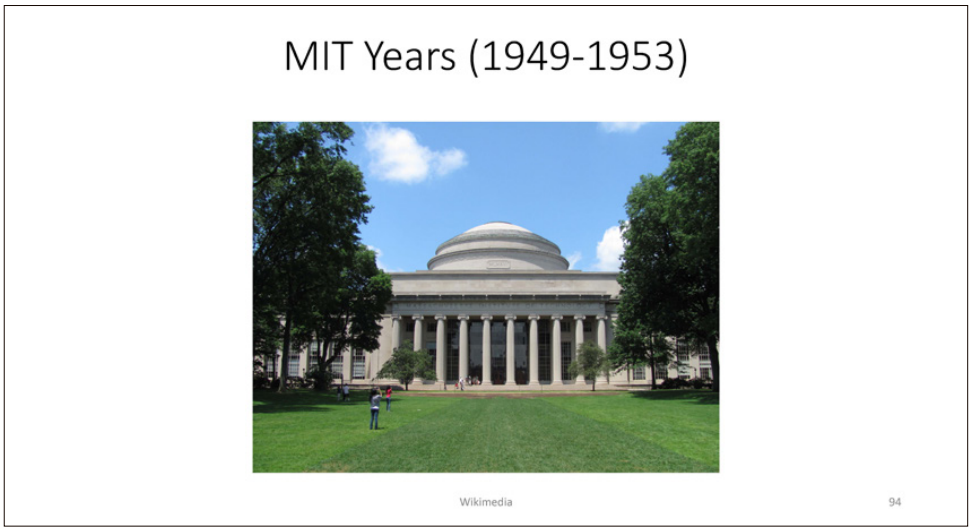

Fig. 1

© John Phelan / Wikimedia Commons / CC-BY-3.0
https://creativecommons.org/licenses/by/3.0/deed.en

1949年、MITに入学して最初に履修した物理のクラスで、私は目からうろこが落ちるような経験をしました。そのクラスを担当していた、有名な『ファインマン物理学』の共著者でもあるマシュー・サンズ先生の導きで、ニュートンの物理学の知的な美しさを知ったのです。高校の時に受けていた授業だけでは、ニュートンの方程式などの定理を深く理解するには不十分だったので、最初は内容を把握するだけでも一苦労でした。

理解するのに時間を要したニュートン方程式ですが、その意味は読んで字のごとくです。すなわち、力(F)=質量(M)×加速度(A)。加速度Aを求めるためには、まず力と質量の大きさを求めなければなりません。応用する状況によって中身は変わりますが、考え方は同じです。学期が半分ほど進むまで時間はかかりましたが、マシュー・サンズの忍耐強い指導もあって、私はなんとかこの方程式の重要性を理解し、科学の世界で幸先良いスタートを切ることができました。ニュートンと同時代を生きた人たちも、私と同じような苦労をしたことと思います。こうして私は工学の道を諦め、大学での専攻を純粋物理学に変えました。

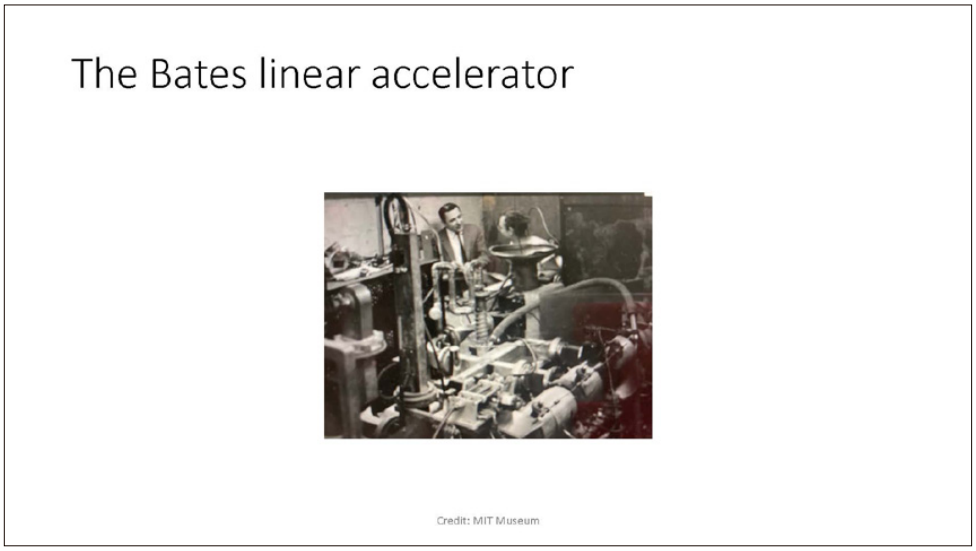

Fig. 2 Courtesy MIT Museum

MITで学部生として学んでいた私は、初期の線形加速器を使って研究をしていたグループにアルバイトとして加わるチャンスを得ました。加速器といえば今でこそ巨大ですが、当時はごく小さなものでした(Fig. 2)。この1,700万電子ボルトの装置は、当時としては巨大で、今から見れば全くちっぽけなものなのですが、私がこれまで出会った中で最も勇気づけられた二人の人物によって作られました。アイザック・ハルパーンとピーター・デモスです。彼らは、私のその後の学部生活に大きな影響を与えました。1949年当時、物理学は同じく科学の一分野である化学に比べて一般にあまり知られていませんでした。父は突然の物理学への進路変更によって、私が将来、お金に苦労すると考えました。ところが第二次世界大戦終結後、政府が科学研究助成に予算をつぎ込んでくれたおかげで、私はまずまずの生活水準を維持することができました。数学も学びましたが、それほど比重は大きくありませんでした。MITでは、後に親友となるイサドール・シンガーから線形代数の発展的内容を学ぶという幸運にも恵まれました。彼はアティヤ－シンガーの指数定理で有名です。

Fig. 3 Public Domain

MITを卒業した私は、自分の周りの小さな世界から抜け出して少し世界をのぞいてみたいと考えました(Fig. 3)。その時まで私は、アメリカの大都市に何度か出掛けたことがあるだけで、旅らしい旅をしたことはほとんどありませんでした。相対性理論に関する卒論でもお世話になったワイスコフ教授は、ヨーロッパで理論物理学を学ぶのであれば、ルドルフ・パイエルスが教授を、そしてサム・エド

ワーズとジェリー・ブラウンが講師をしているイギリスのバーミンガム大学の数理物理学科が最適だろうと提案してくれました(Fig. 4)。

Fig. 4 Courtesy University of Birmingham

彼らは当然英語を話すわけですが、当時、英語以外の言語に触れたことがなかった私にとって、これは重要でした。後に量子情報理論において非常に重要な不等式を考え出すことになるジョン・ベルも同級生でした。この時期に、私はヨーロッパのあちこちを巡るという願いをどうにか満たすことができました。バーミンガムに移ってから3年、ほとんど無価値でつまらない博士論文を書き上げた私は1956年に卒業して博士号を取得しました。次にたどり着いたのは京都です(Fig. 5)。

Fig. 5 © Japan Guide

博士号取得後の最初の職は日本で得ました。なぜ京都か。ボストンで日本美術を専門とする美術書店を営んでいたおじの影響で、私は浮世絵に強い関心を持つようになりました。バーミンガムでは運よく、吉田思郎という日本人の原子核物理学者と研究室をシェアしていました。英語の上達に力を貸してほしいと頼まれたので、彼に英語を教えました。そしてそのお返しに、初歩の日本語を教えてもらいました。漢字を全く使わず、耳から教えてもらったので、私は読み書きができない人のような日本語を話していました。

Fig. 6

© Katsura Roen / Wikimedia Commons / CC-BY-4.0
https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.en

それでも米国のフルブライト・フェローとして京都大学の基礎物理学研究所(湯川記念館)で1年間学ぶことになりました(Fig. 6)。その1年は、私にとって文化的にも科学的にも自己を形成する時期でした。それまでは、自分が科学というものに何らかの貢献ができるのか懐疑的でした。しかし京都ではそれができたのです。少なくとも自分ではそう感じました。京都の後、またそれができるまで4年かかりました。基礎物理学研究所では、山崎和夫という若く優秀な日本人の物理学者に出会い、近しい協力関係を築くことができました。彼とは、結晶中に束縛された電子についてのポーラロン模型という物理の難題に取り組みました(Fig. 7)。

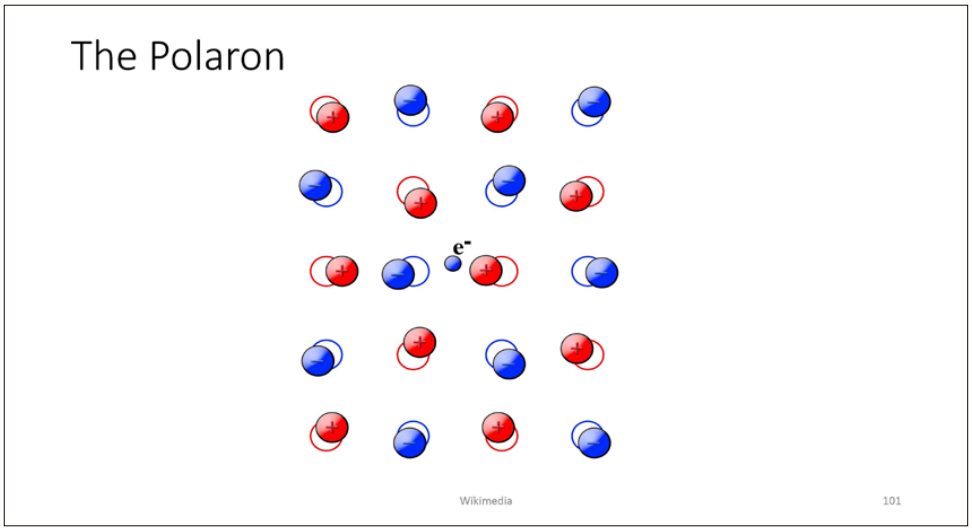

Fig. 7

© Olivier d'ALLIVY KELLY / Wikimedia Commons / CC-BY-4.0
https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.en

当時、このトピックは注目を集めていたのですが、私たちは直感的な計算の上を行こうと考え、ポーラロンの最低エネルギー状態を数学に厳密に計算することを試みました。その結果、ポーラロンのエネルギーは実際に有限であるということ、すなわち最低エネルギーの存在を証明することができました。同じようなモデルではエネルギーが有限の最低エネルギーとはならないにもかかわらず、リチャード・ファインマンをはじめとする他の物理学者は、最低エネルギーの存在を当然のことと考えました。こうして私たちはポーラロン理論だけでなく自分たちのキャリアにも新たな章を開くことになったのです。京都での経験のおかげで、私は研究者として自信が持てるようになっていました。

それから2年後、私はコーネル大学でファインマン本人と話をする機会を得ました。どのような研究

をしているのかと尋ねられた私は、京都での山崎さんとの成果を誇らしげに話しました。すると彼からは「本物の物理学者はそういったことはしないものだ」といささか辛らつな言葉が返ってきました。私は時間を無駄にしていると言うのです。まだ研究者として経験の浅かった私は、こうした「向かい風」を受けることによって、逆に数理物理学の道を究め、それが物理学に与える重要性を明らかにするという志を一層強くしたのでした。

Fig. 8

© Beyond My Ken / Wikimedia Commons / CC-BY-SA-4.0
https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en

Fig. 9

© Katsutoshi Seki / Wikimedia Commons / CC-BY-SA-3.0
https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.en

京都を後にした私は、イリノイ大学(Fig. 8)で1年間過ごした後にコーネル大学(Fig. 9)に移り、ノーベル賞も受賞している著名なハンス・ベーテ教授に2年間師事しました。太陽を輝かせている核反応を解明された方です。悲しいかな、この3年間、私は何も生み出すことはできず、数理物理学者としての将来に対する不安が頭をもたげてきました。しかし、この時期に、研究者として生涯にわたって考え続けることになる問題に出会いました。インドの物理学者ボースにちなんでボース(ボソン)気体と呼ばれる原子気体、中でも特に最も温度が低く、最低エネルギー状態にあるものの量子力学です(Fig. 10)。

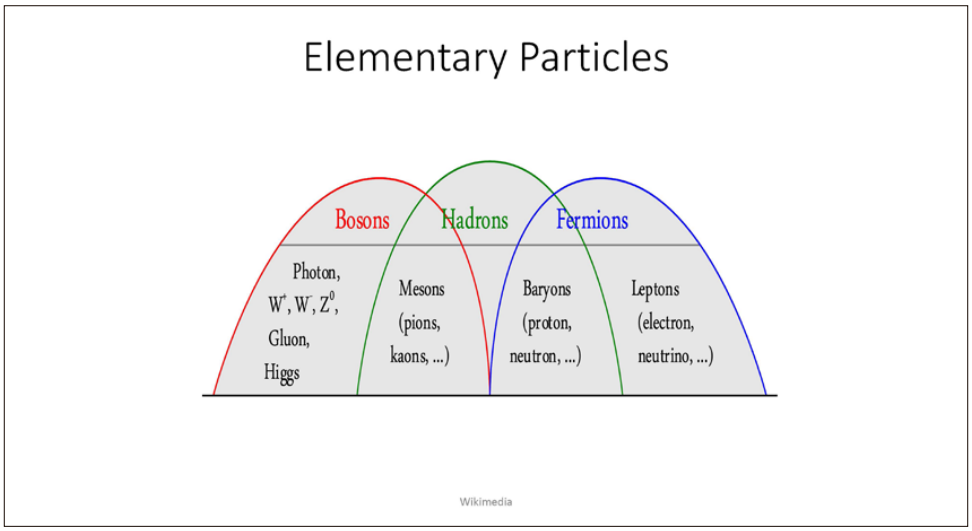

Fig. 10

© Hugo Spinelli / Wikimedia Commons / CC0-1.0
https://creativecommons.org/publicdomain/zero/1.0/deed.en

世界有数の大学で、世界有数の優れた物理学者たちと共に2年間過ごしたにもかかわらず、私は、それから先考えることになる問題を見つけた以外は、何ら成果を上げることができないまま1960年、コーネル大学を去ることになりました。このボソン問題はそれから36年間、私の頭をずっと離れませんでしたが、かなり後の1996年になってヤコブ・イングヴァソンと共にこの問題を解き明かすことに成功し、ボース気体に対する数理物理学者の関心を高める端緒を開いたのでした。

コーネル大学を辞した私は、同じ年の1960年にニューヨークのヨークタウンハイツにできたばかりのIBMの計算機関係の研究センターに移りました。私にとって初めての、期間の定めのない雇用契約でしたが、結局そこには3年間しか在籍しませんでした。それでもテッド・シュルツとダニエル・マティスという同世代の研究者と知己を得るという幸運に恵まれました。私たち三人の物理学者は、数学的な思考を用いることによって、いくつかの広く受け入れられている理論を証明したいと考えていました。こうしたトピックを研究対象としている企業系研究所は当時、他にはなかったのですが、IBMの寛大な計らいで私たちはこの研究を自由に行うことができました。概して、世界の物理学研究者にとって1960年から1970年までの10年間は素晴らしい時代でした。

Fig. 11

Reprinted from Mathematical Physics in One Dimension, Elliott H. Lieb and Daniel C. Mattis, 1966

物理にとって重要ないくつかの定理が生まれたのもこの時期です(Fig. 11)。その一つに、1次元、すなわち原子鎖では磁性は決して発生しない、というリーブ－マティス定理があります。少なくとも2次

元が必要なのです。ドイツの有名な物理学者ハイゼンベルク、バーミンガム時代の博士課程の指導教官だったパイエルス、コーネル大学時代の恩師であるベーテなど当時の理論家の大半は、1次元で強磁性は常に発生するという正反対の立場を取っていましたが、私たちはそうでないことを証明していました。こちらの説が正しいということ、磁性が発生しないということを研究仲間のベーテ、パイエルス、ハイゼンベルクという有力な人々に納得させるのには骨が折れました。パイエルスは最終的に私たちの証明を受け入れてくれました。量子力学に対する一般的な関心事を数学的に証明した、最初の事例の一つです。マティスと私はその後も、これに関するいくつかの定理を連続して導きました。IBMに在籍していた3年間の2年目、私は休暇を取って、西アフリカのシエラレオネに赴きました(Fig. 12)。

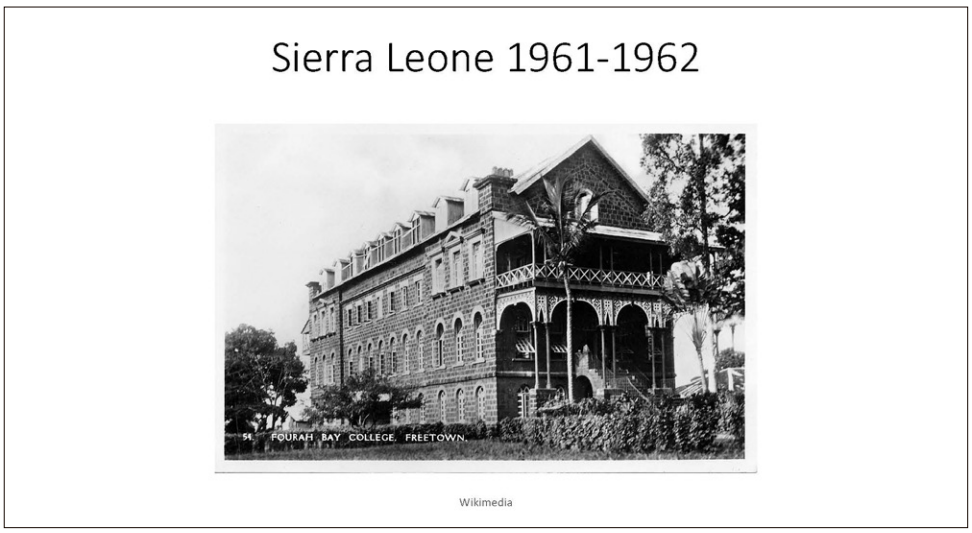

Fig. 12

Copyright Sierra Leone: photographs: 50 years after publication/ Wikimedia Commons/ CC-BY-SA-4.0
https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en

そこで1年間、フリータウンの大学で応用数学を教えました。社会的にも政治的にも「冒険」続きで、マラリアの発作などもありましたが、自分の研究について考える時間を持つこともできました。ところで、かかったことのない方のために言っておくと、マラリアというのは実に嫌な病気ですよ。事実、1次元のボース粒子あるいはボソンの模型を思いついたのもこの時でした。後にIBMに戻ってから、私はワーナー・リニガーとこのテーマに取り組みました。この模型は量子力学の多体問題を理解するために今日でも本質的な役割を果たしています。しかも、原子鎖のモデルであるにもかかわらず、実験でも確認されているのです。ニューヨークのイェシーバー大学で2年間過ごした後、私はまたしてもボストンに戻り、ノースイースタン大学で教授職を得ました。ここではF・Y・ウー教授と二人で、『フィジカル・レビュー・レターズ』誌でこれまで最も多く引用された、1次元ハバード模型の解に関する論文を書き上げました(Fig. 13)。ちなみに引用数に関するこの記録は未だに破られていません。つまり同誌で最もたくさん引用された論文だということです。

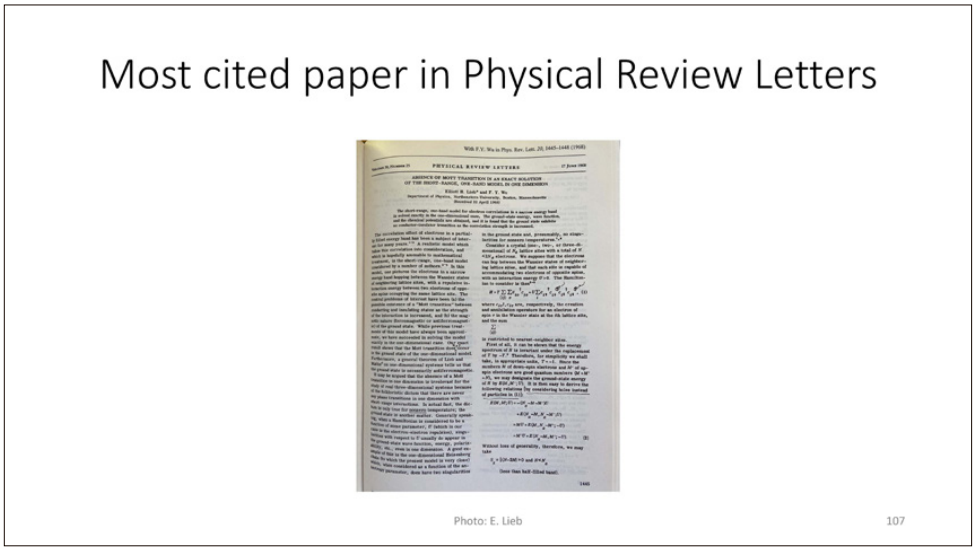

Fig. 13

ノースイースタン大学で私の関心は他のもの、すなわち「氷」に移ります(Fig. 14)。水が凍るとできる氷ですが、それは決して単純ではありません。氷と数学にどういった関係があるのでしょうか。ここで、まず重要な貢献をしたのはライナス・ポーリングです。氷のエントロピーは水分子の配列の仕方を考える、または数えることで計算できると彼は述べました。ご存じのように、水分子は水素原子2個と酸素原子1個からできています。

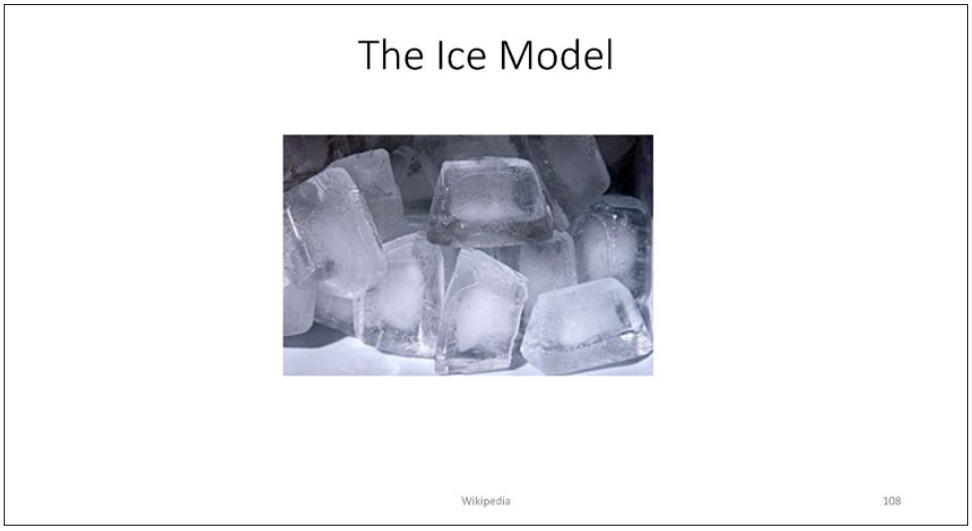

Fig. 14

© liz west / Wikimedia Commons / CC-BY-2.0
https://creativecommons.org/licenses/by/2.0/deed.en

そして、物理学の歴史上、極めて見事な実験によって、氷のエントロピーは絶対零度でもゼロにならないことがわかりました。いくばくかのエントロピーが残されていて、決してなくなりはしないのです。つまり、氷の中の酸素と水素の配位はかなりバラバラなままだということです。水分子は単に規則的に並ぶのではないのです。水分子が互いにどう向き合っているかは相当にランダムなのです。

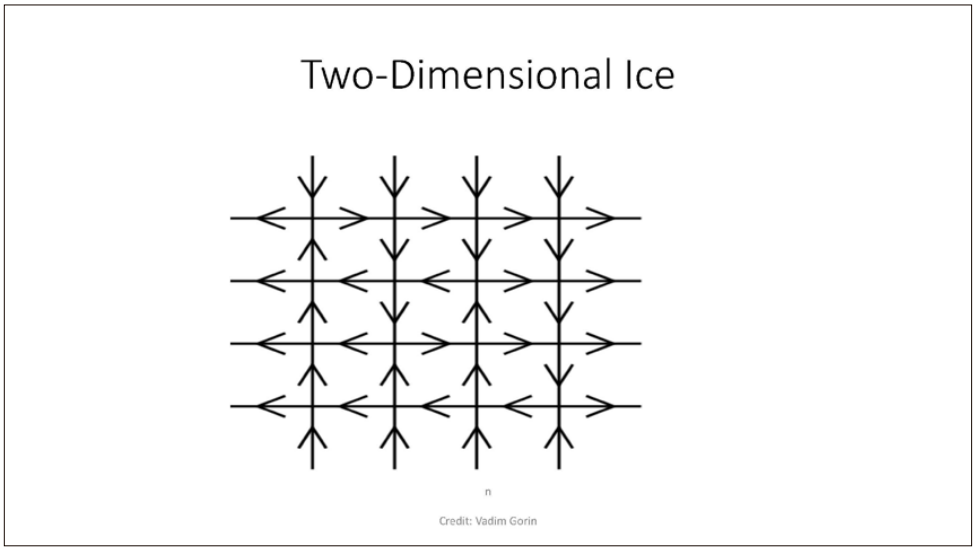

Fig. 15 © Vadim Gorin

これを表す一つの方法として、矢印でできた格子模型を考えてください(Fig. 15)。模型の中の各点は酸素原子で、矢印は水素原子の位置を示します。水素原子は二つの酸素原子の間にあり、どちらか一方向に偏っています。そして先ほど申し上げたように、絶対零度でもいわば何かが「生きて」います。まだ考えるべき、数え上げるべき配列がたくさんあるのです。私はこの数え上げをやってみようと考えました。ところで、この模型を考え出したのはライナス・ポーリングです。そして、計算すべきエントロピーは、酸素原子が図のような規則的な格子上に並んでいるときの、こうした水素原子の配位の場合の数の対数です。アイスルール(氷の規則)によれば、それぞれの頂点(酸素原子)で、2本の矢印が内側を向き、2本の矢印が外側を向くことになります。問題は、あらゆる頂点で二つがこちら側へ向き、二つが反対側へ向くように図中の矢印を並べる方法が何通りあるか。この数は$\left(\frac{4}{3}\right)^{3N/2}$であることがわかりました。$\left(\frac{4}{3}\right)^{3/2}$は1.54であり、この定数は私の名にちなんでリーブの定数として知られています(Fig. 16)。ここから、組み合わせ論の中に「6頂点問題」と呼ばれる新たな分野が生まれました。というのも、ある頂点に入ってくる矢印が二つ、頂点から出ていく矢印が二つだとしたら、各頂点における矢印の配置の仕方が6通りあるからです。それぞれの頂点で6通りのやり方があり、今度はすべての頂点で同時にそうなる場合を数えなければなりません。これは組み合わせ論の一つの分野となりました。私の貢献は何通りあるかを解明したことですが、他にも問えることがいろいろあります。この分野には今でも未解決の問題がたくさんあります。

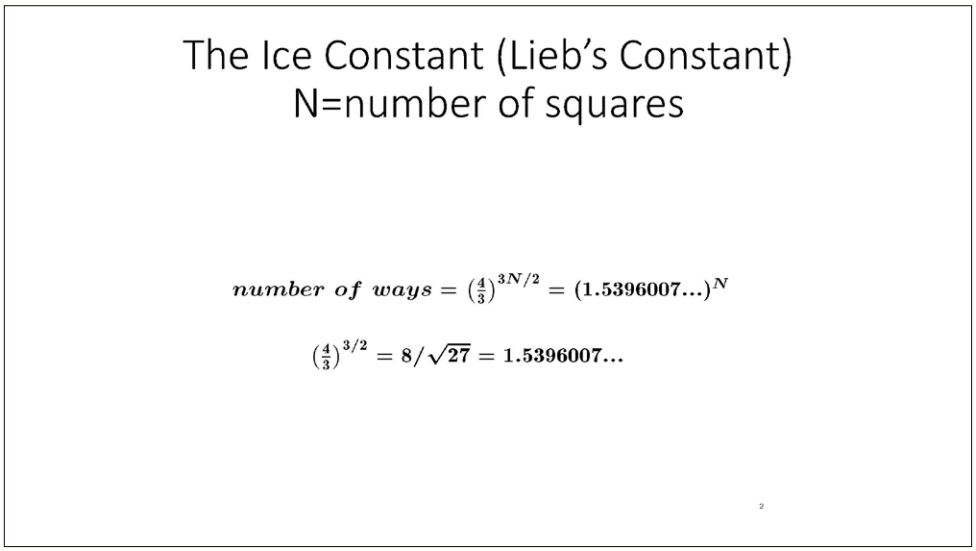

Fig. 16

その後の数年間に起こった特筆すべきことに、ジョエル・レボウィッツと共同で行った、「クーロン力が働く系の熱力学的極限」の存在に関する研究があります。フリーマン・ダイソンとアンドリュー・レナードによる荷電粒子の系のエネルギーの下限の証明と併せて、この定理は「物質の安定性」を証明しました。

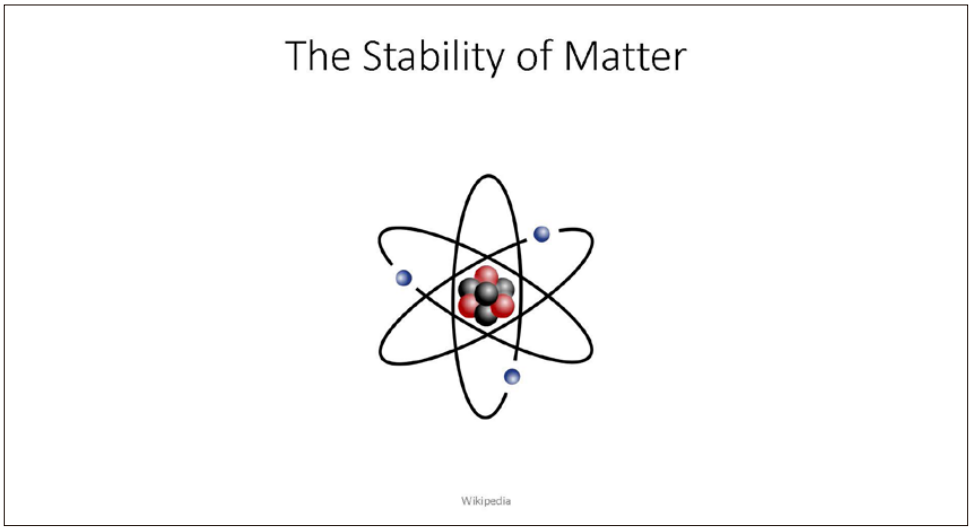

Fig. 17

© Indolences / Wikimedia Commons / CC-BY-SA 3.0 DEED
https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.en

では、物質の安定性について少し説明させてください。この図(Fig. 17)のように、原子には原子核があり、原子核の周囲を電子が回っています。原子核の電荷の大きさに相当するだけの電子があります。次にこれらの原子を集め、目に見えるくらいの水なら水という物質をつくらなければなりません。問題は、まるでクモの巣のようにもろそうで不安定そうで何物にも支えられていないように見える、無数の原子核と電子の配列が、なぜ安定しているのかということです。叩いてもバラバラにならない。でもそれは図のようなものからできているのです。この問題は物理の世界で、ごくゆっくりとしか知られるようになりませんでした。しかし私たちはこの問題に立ち向かうことにしました。この原子の図は大ざっぱですが、間違ってはいません。これらの原子は互いに引き合っていますが、その力は非常に弱いので、それぞれの原子はそのままの原子であり続けることができます。このストーリーが解明されるためには数十年にわたる数理的な研究を要したのですが、私もその一部に貢献しています。この問題の解を導き出すためには何人かの力が必要でした。すでに述べたように、最も重要だったのはダイソンとレナードですが、私の同僚ウォルター・ティリングも貢献しています。

その後1973年に、メアリー=ベス・ルスカイと私は「量子エントロピーの強劣加法性」を証明しました。これは数学的観点から量子計算の土台の一つになっています。量子エントロピーの強劣加法性、量子ネットワークのエントロピーです。しかし、この証明には大量の数学的解析が必要であり、それからしばらくは私も純粋な関数解析に取り組むことになりました。この時期のその他の研究成果としては、やはり解析的な不等式であるブラスキャンプ－リーブ不等式があります。これは量子情報理論で非常によく用いられています。ブラスキャンプはオランダの若い数学者、物理学者で、私たちは一緒に研究を行いました。

Fig. 18

1975年、私はプリンストン大学からオファーを受け、同大学の数学および物理学科に移りました(Fig. 18)。同じ年、世界で最も有名な数理物理学者の一人であるウィーン大学のウォルター・ティリングと親交を深め、ダイソン－レナードの物質の安定性に関して、別証明を見いだすべく共同研究を始めました。元の証明はかなり複雑なものでした。私たちはもっと短くシンプルに証明できるはずであり、また安定性そのものをもっと的確にできるはずだと考えました。最終的に大きな成功を収めましたが、全く新しい数学的不等式を考案する必要がありました。それは今日では、リーブ－ティリング不等式と呼ばれています。

その後の他の研究についても少し紹介させてください。成果の一つはリーブ－オックスフォード不等式です。私はスティーブン・オックスフォードと共に、その存在が想定されていなかった、固体の交換エネルギーの上限を発見しました。詳しくは説明しませんが、言うなれば固体としてのまとまりをもたらすエネルギーです。このエネルギーがどの程度になり得るかという評価、予想されていなかった評価を私たちは見つけました。

Fig. 19 © Brendan Barrett

1979年、私はここにいる妻クリスティアーネ・フェルバウムと京都でまた1年の研究休暇を過ごすことができました。わくわくする出来事がたくさんありましたが、とりわけ重要なのはたぶん「電車(京都市電)」でしょう(Fig. 19)。私たちは最後の路面電車が今出川の電停にやって来るのを見ました。と

ても心躍る経験でした。そこには多くの人たちがいて、今でもよく覚えていますが、その電車はこちらへ入ってくるといきなり止まりました。それだけです。それが最後の路面電車でした。

さて、先ほど述べた数学的不等式は京都で発見したのですが、プリンストン大学のスティーブン・オックスフォードと共に新しいものへと改良を加えました。私が参加し、同じように影響力が大きかったもう一つの論文にも、やはり日本が絡んでいます。電子スピンのAKLT模型です。イアン・アフレック、トム・ケネディ、田崎晴明と私の頭文字を取っています。田崎さんは1987年当時、物理学のポスドク研究員として私と一緒に研究を行っていました。彼も今日ここに来ています。これは最低エネルギー状態と次にエネルギーの低い状態の間にエネルギーギャップがある、凝縮系物理学で最初の［相互作用のある］模型の一つでした。この特性を持つ物質は極めて少なく、普通は最初のエネルギーからずっとつながっているのに、ここではギャップがあります。ちなみに、このようなギャップは皆さんが使い慣れているエレクトロニクスで非常に重要な役割を果たしています。

最後にお話しさせていただくのは、熱力学的エントロピーの意味に関する、ヤコブ・イングヴァソンとの共同研究です。エントロピーは19世紀の初めまでさかのぼる、熱力学で最も古い概念の一つです。では、それは何を意味するのでしょうか。意味を持つのでしょうか。測定可能だという事実以外、原子・分子が飛び回るというボルツマンによるイメージとは無関係の意味を持つのでしょうか。エントロピーは、例えばコンピューターサイエンスなど、今日では多くのさまざまな場面に登場するため、一般的な広い意味を持っています。それが私たちの研究成果です。どのような変化が可能かを示す指標としての、エントロピーの意味を見いだしたのです。それが物理的にどんなものかというモデルとは一切無関係なのです。出発点のエントロピーが終着点のエントロピーより小さいかどうかによって、何が可能で何が可能でないかが決まる、それがエントロピーの意味です。いわば一つの数え方です。物質のすべての状態について、それらの間を移り変わることができるかという性質を考えることができます。しかし、たいていは一方向にしか進めず、その方向を関数が決めるのです。これが、私たちの新しいアプローチ、新しい理解の仕方でした。

今回の講演では、数学、物理学、そして二つが交差し合う、いくつかの領域についてお話しさせていただきました。私は幸運にも、さまざまな国、とりわけ日本・京都の類まれなる才能を持った仲間と交流することができ、また、たくさんの支援や激励のおかげで、自分を信じて頑張り抜くことができました。京都賞に加えて、これまでの人生と研究の軌跡を振り返る機会をいただき、稲盛財団には改めて感謝の意を表したいと思います。ありがとうございました。

講演後に行われたインタビュー動画を京都賞YouTubeチャンネルでご覧いただけます。
（https://www.youtube.com/watch?v=2B8-sZbdJe4&list=PLmyk74kDPLZ0rnlsnBhHpZekQaIFyursO&index=6）